

MMDD 2015 Seconda settimana

Paolo Pellizzari

- (1) Svolgete l'esercizio 2 a pagina 16 della dispensa.
- (2) Inventatevi un sistema con due equazioni e due incognite avente ∞^1 soluzioni. Calcolate analiticamente la soluzione di lunghezza minima in due modi.
- (3) Andate alla pagina http://en.wikipedia.org/wiki/Moore-Penrose_pseudoinverse e trovate il risultato che mostra che una PSI è un limite per $\delta \rightarrow 0$ (cercate "Limit relations" nella pagina). Considerate la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

e mostrate che la relazione vale facendo i conti necessari per $\delta = 0.1, 0.01, 0.001$.

- (4) Given a market \mathbf{Y} , an asset b is replicable if:
 - (a) the rank of \mathbf{Y} is equal to the rank of $\mathbf{Y}|\mathbf{b}$.
 - (b) b is a weighted sum of the payoffs in one state of the world.
 - (c) b is a weighted sum of the rows of \mathbf{Y} .
 - (d) there is a portfolio x such that $\mathbf{Y}b = x$.Given a market \mathbf{Y} , an asset b is replicable if:
 - (a) the price of b is a linear combination of the assets in the market.
 - (b) the rank of \mathbf{Y} is the same as the rank of b .
 - (c) there is a portfolio x such that $\mathbf{Y}x = b$.
 - (d) b is a weighted sum of the rows of \mathbf{Y} .
- (5) Il sistema con $\mathbf{A} = \text{matrix}(1:9, 3, 3)$ e $b = (1, 2, 3)'$ ha infinite soluzioni: ne esiste una con componenti tutte positive?
- (6) Considerate la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Quante matrici \mathbf{B} soddisfano la relazione $\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A} = \mathbf{A}$? Che senso ha la domanda?

- (7) Consider the assets $(104, 104, 104)'$, $(104, 100, 102)'$ and $(104, 102, 103)'$ whose prices are 93.60, 90.90, 92.250, respectively. Is the third asset replicable? Do you have an arbitrage opportunity on the third asset?
 - (a) No, it's not replicable. Hence, there is an arbitrage opportunity.
 - (b) No, it's not replicable and there is NO arbitrage opportunity.
 - (c) Yes, it's replicable and there is an arbitrage opportunity.
 - (d) Yes, it's replicable but there is NO arbitrage opportunity.